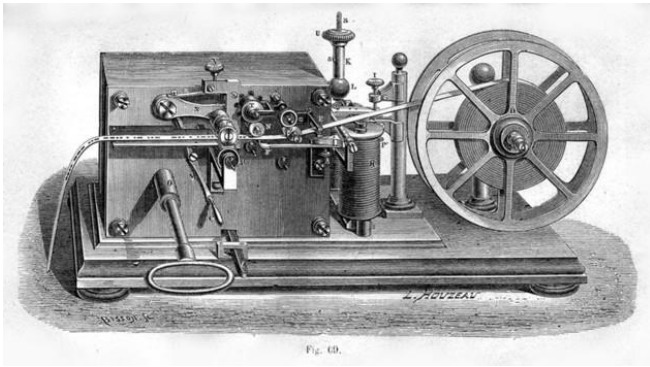


Information **est** physique

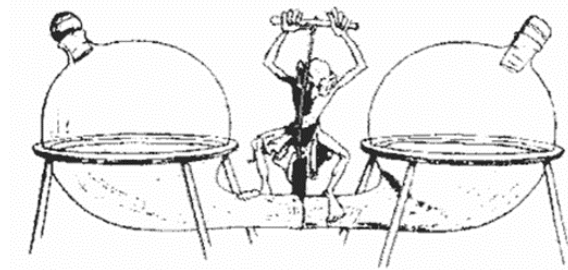
1835



1948

Information

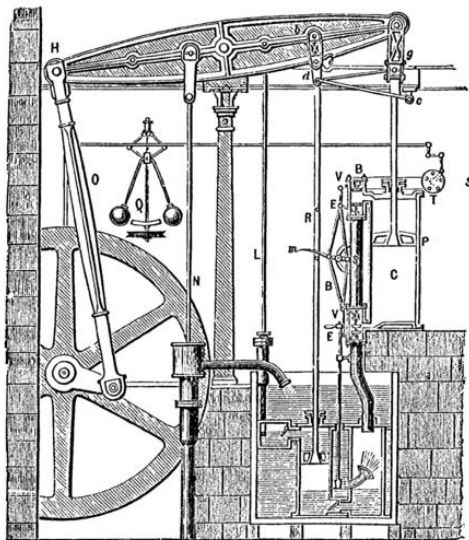
$$H = - \sum p_i \log_2 (p_i)$$



Physique

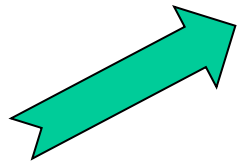
$$S = k \cdot \log W$$

1873



1784

Information **est** physique



Plan de la présentation

1. Information: les théories

- Statistique (Shannon)
- Algorithmique (Kolmogorov)

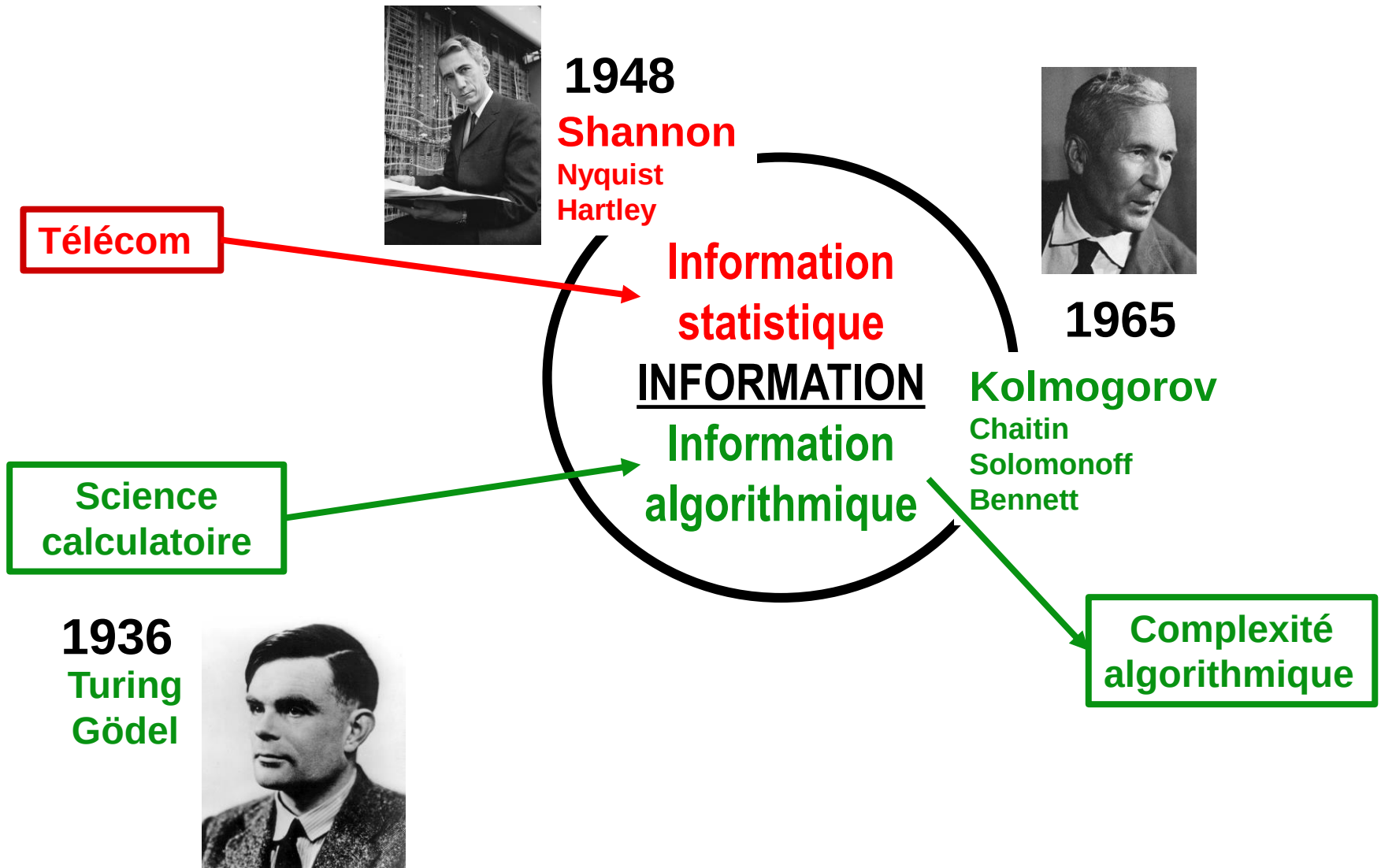
2. Entropie

- Maxwell, Gibbs, Boltzmann

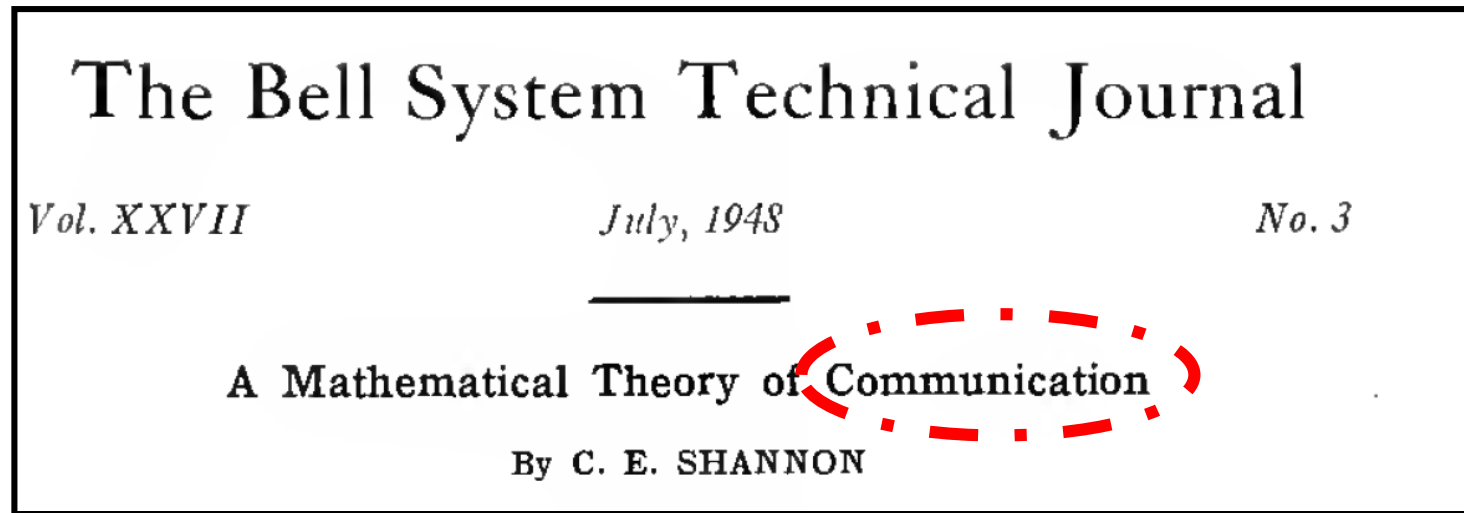
3. Information est physique

- Info et MQ
- Info. 4eme composant?

L'information statistique et algorithmique

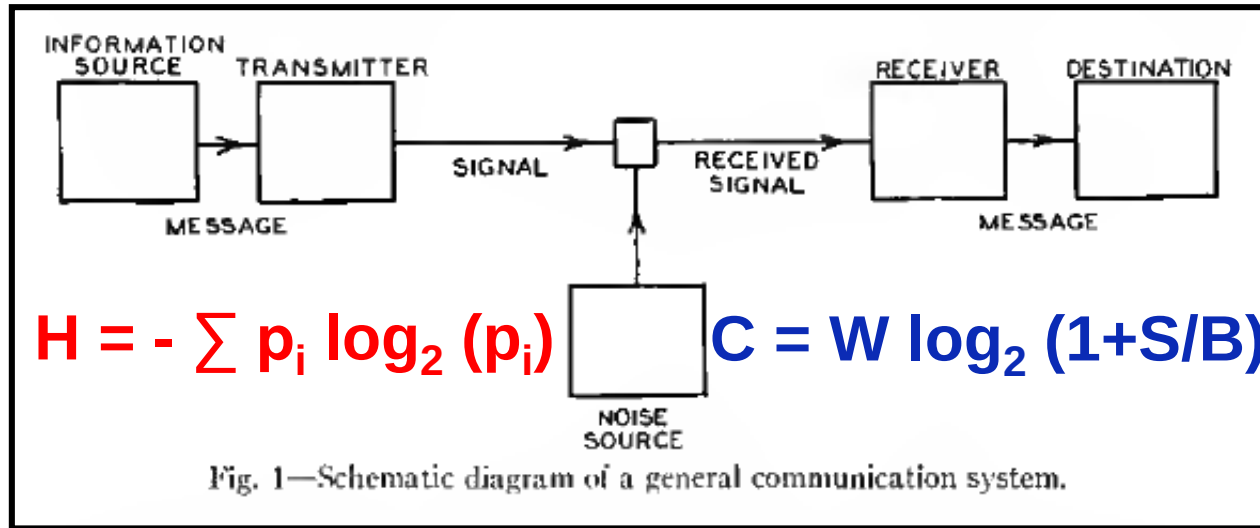


L'information statistique (Shannon)



- 1948, année faste pour les *Bell Labs* :
 - Invention du transistor
 - Papier fondateur de Claude Shannon
- Théorie mathématique des communications:
 - Héritier des travaux antérieurs: comme pour de nombreuses théories, finalisation des idées « en l'air »
 - Fondation des télécom numériques

Principaux apports de la théorie



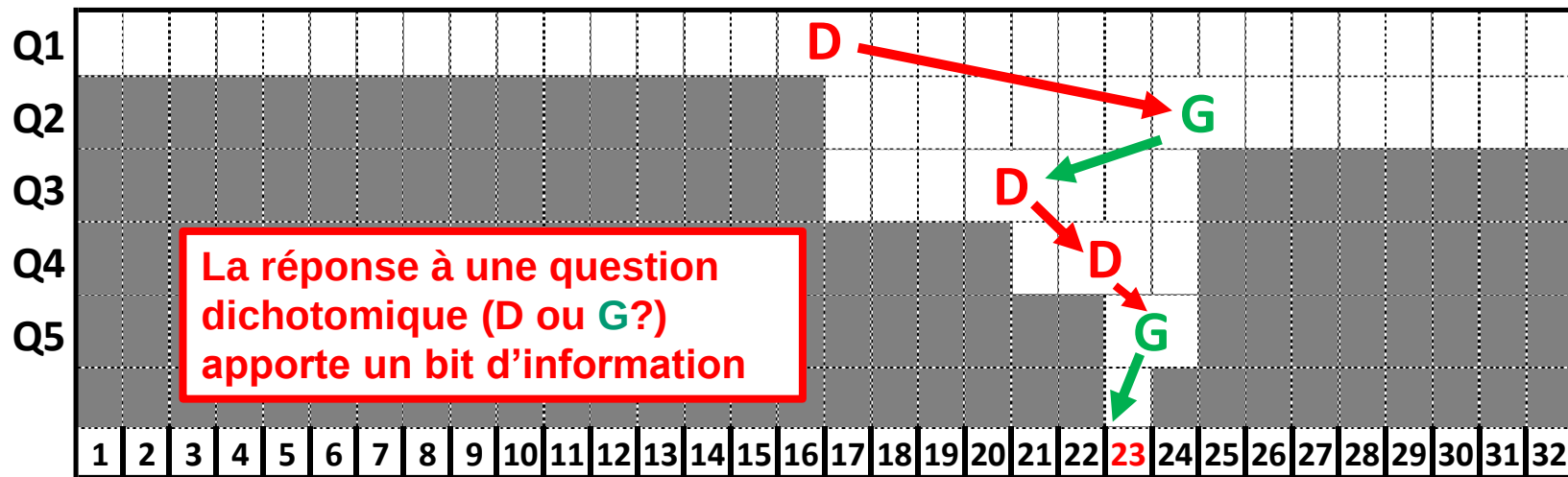
H : quantité d'information

C: capacité d'un canal physique

- **Modèle de communication (canal, bruit)**
- **Mesure de l'information (bit, forme logarithmique)**
- **Redondance, compression**
- **Performances en présence de bruit**

L'information : forme logarithmique

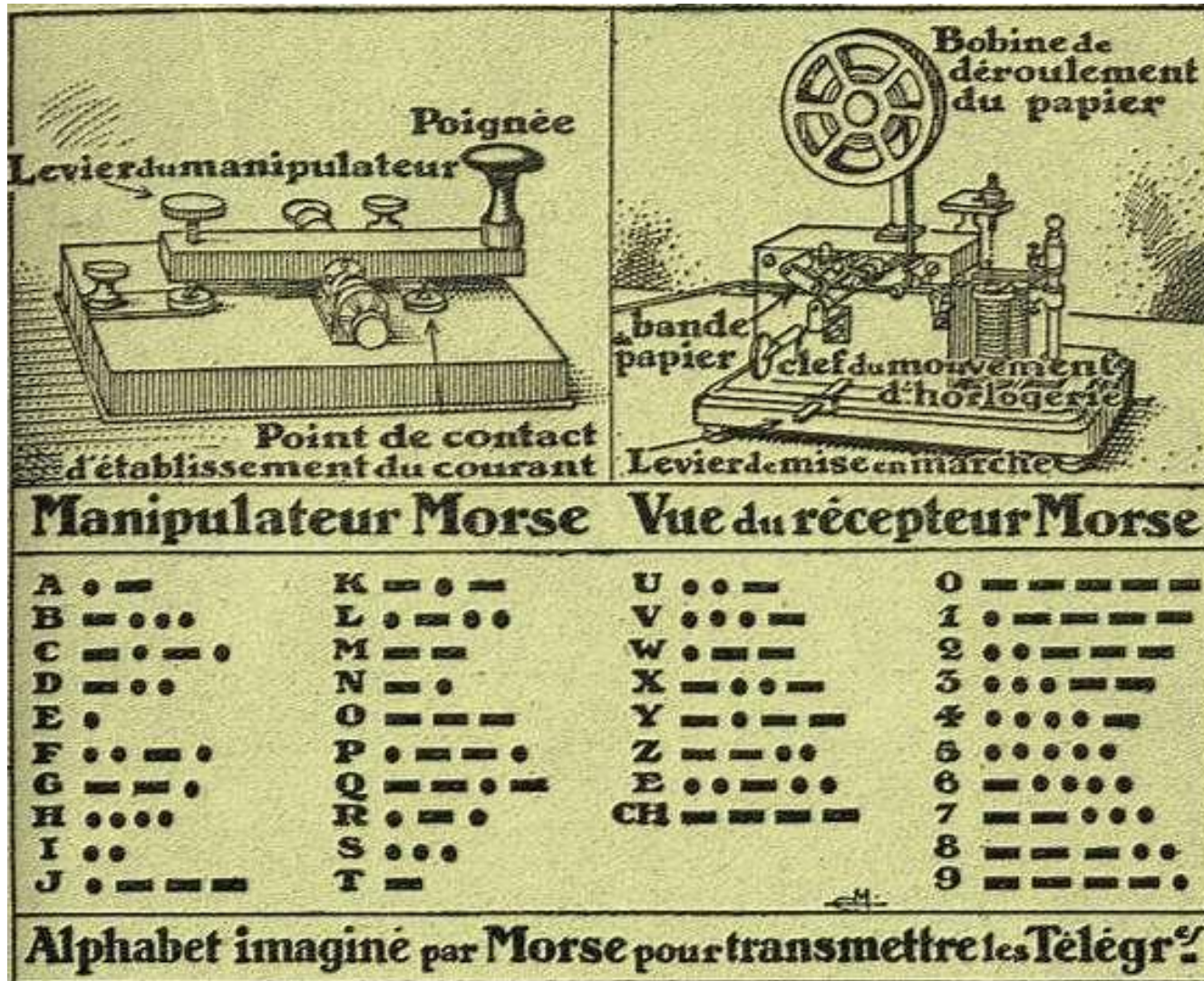
La mesure de l'information d'un message a une forme logarithmique en fonction de la probabilité P de ce message: $\text{information} = \log_2 (1/p) = - \log_2 (p)$



Combien de **questions binaires** (Gauche ou Droite) pour deviner où se trouve une boule parmi n cases?

- Chaque réponse apporte une unité d'information (bit)
- Il faudra **q questions** avec q tel que $2^q \geq n$, soit **$q \geq \log_2(n)$** .
- Dans l'exemple, $p=1/32$, $q = \log_2(32) = -\log_2(1/32) = 5$ questions.

Illustration de la théorie



Samuel Morse, Alfred Vail

Illustration de la théorie

On transmet des messages (avec un alphabet de 4 caractères représentés en binaire) et avec des probabilités différentes.

CARACTERE A TRANSMETTRE	Ω	Σ	Φ	Λ	LONGUEUR MOYENNE PAR CARACTERE
PROBABILITE	$1/2$	$1/4$	$1/6$	$1/12$	
REPRESENTATION SIMPLE	00	01	10	11	2
REPRESENTATION AMELIOREE	0	10	110	111	1,75
LIMITE THEORIQUE DE SHANNON	$H = - \sum p_i \log_2 (p_i)$				1,729

La formule fondamentale $H = - \sum p_i \log_2 (p_i)$ exprime la quantité d'information d'un caractère dans un message.

Théorie de Shannon: bilan et limites

Les plus:

- Etape théorique et conceptuelle majeure
- Base théorique des télécom numériques
- Modèle et concepts applicables à de nombreux domaines (physique, génétique, sciences humaines, etc.)

Mais:

- Vocabulaire ambigu:
 - Communication vs Information
 - Entropie vs Néguentropie
- Mesure incomplète => **information algorithmique**
- Surexploitation du modèle

**Effet de mode « Bandwagon »
dénoncé par Shannon**



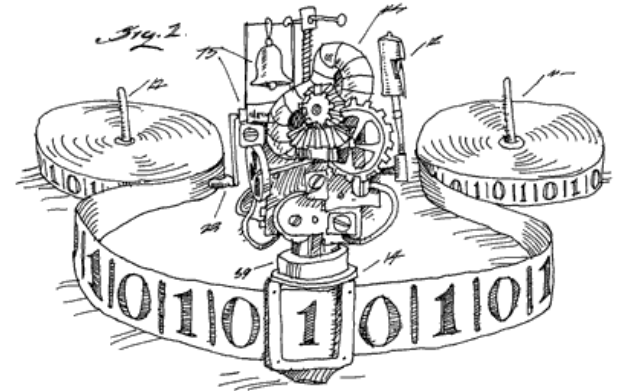
Information algorithmique

```
3. 1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445
923078164062862089986280348253421170679821480865132823066470938
44609550582231725359408128481117450284102701938521105559644
6229489549303819644288109756659334461284756482337867831652
7120190914564856692346034861045432664821339360726024914127
3724587006606315588174881520920962829254091715364367892590
3600113305305488204665213841469519415116094330572703657595
9195309218611738193261179310511854807446237996274956735188575
2724891227938183011949129833673362440656643086021394946395224
73719070217986094370277053921717629317675238467481846766940513
20005681271452635608277857713427577896091736371787214684409012
24953430146549585371050792279689258923542019956112129021960864
03441815981362977471309960518707211349999999837297804995105973
1732816096318595024459455346908302642522308253446850352619311
88171010003137838752886587533208381420617177669147303598253490
428754687211595624698923678759375195778185778053217122680661
3001927876511195909216420198938095257201065485862788559361533
8182796823030195203530185296899577622599413891249721775283479
13151557485724245415069595082953311686172785588907509838175463
74649393192550604009277016711390098488240128583616035637076601
04710181942955596198946767837449448255379774726847104047534646
2080466842590694912933136770289891521047521620569660240580381
5019351125338243003558764024749647326391419927260426992279678
2354781636009341721641219924586315030286182974555706749838505
4945885869269956909272107975093029553211653449872027559602364
806654991198818347977535663698074265425278625518184175746728
909777727938000816470600161452491921732172147723501414419735
685481613611573525521334757418494684385233239073941433345477
6241686251898356948556209921922218427255025425688767179049460
16534668049886272327917860857843838279679766814541009538837863
609506800642251252051173929848960841284886269456042419652850222
106611863067442786220391949450471237137869609563643719172874677
```

Quelle mesure d'information?

1. Shannon: $64 \times 32 = 2^{11}$ chiffres « aléatoires »
=> information = $2048 \times \log_2(10) \sim 6800$ bits
2. Kolmogorov: plus court algorithme qui calcule PI (<1750 bits)
3. Bennett: temps du plus rapide programme qui calcule PI avec 2400 décimales

- L'information de « Shannon » est dite *information de transmission*. Elle analyse la statistique vue de la transmission.
- L'information de « Kolmogorov » est dite *information de description*. Elle mesure l'algorithme décrivant(ou générant) l'information.
- La référence pour la mesure des cas 2) et 3) est une machine universelle de Turing



Information algorithmique

■ Notions liées:

- Aléatoire, imprévisibilité, incertitude
- Imprévisibilité $\Leftrightarrow$ absence de structures

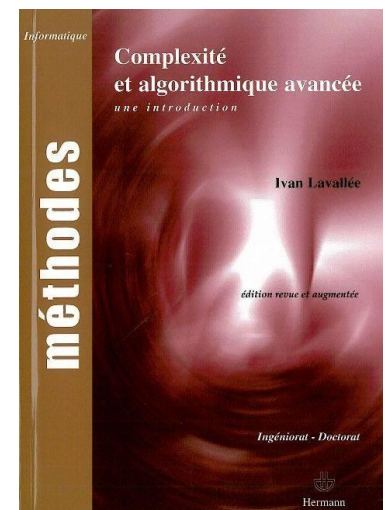
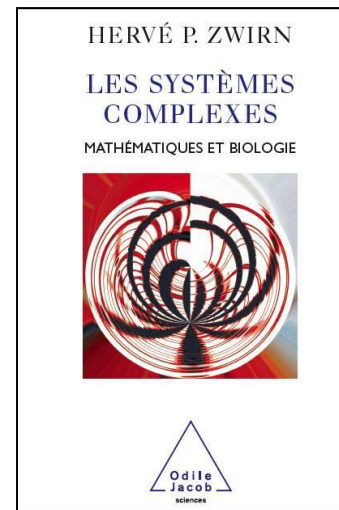
■ Idées importantes:

- L'information de Kolmogorov peut être vue comme l'information absolue ou incompressible concernant un objet
- Une suite binaire **x** sera dite **aléatoire** si la plus petite description binaire le caractérisant est de longueur au moins égale à la suite elle même

Complexité algorithmique

■ Au sens de Kolmogorov, on dira que la complexité d'un objet dépend de la difficulté de sa description

■ *La complexité algorithmique peut elle contribuer à définir une mesure de la complexité systémique ?*



Information **est** physique

Plan de la présentation

1. Information: les théories

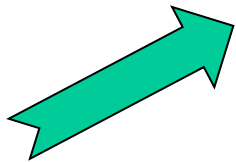
- Statistique (Shannon)
- Algorithmique (Kolmogorov)

2. Entropie

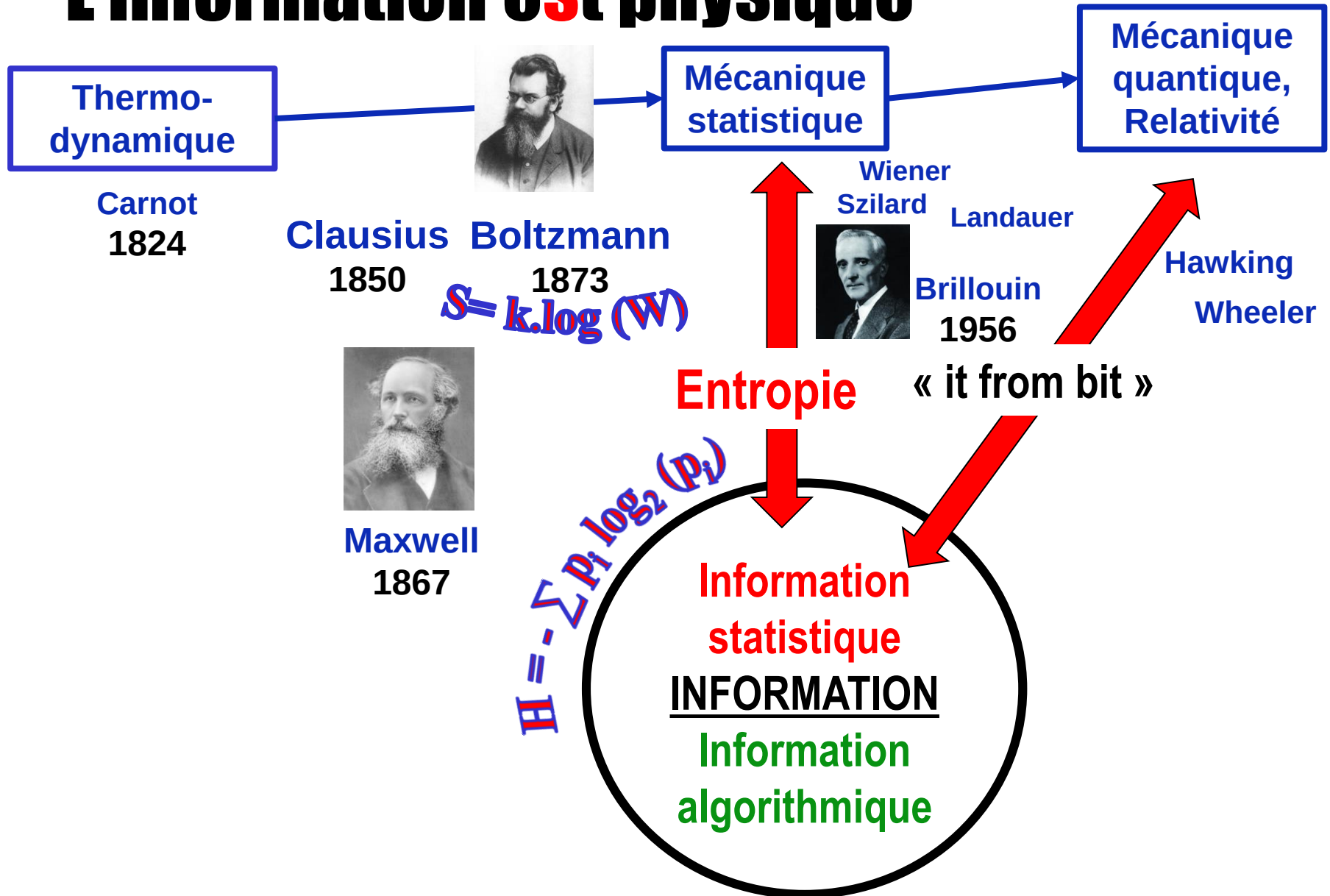
- Maxwell, Gibbs, Boltzmann

3. Information est physique

- Info et MQ
- Info. 4eme composant?



L'information **est** physique



QQ mots sur la mystérieuse entropie

Thermodynamique (Clausius):

- **Entropie S** = « *variable d'état* » traduisant la dissipation d'énergie par des opérations irréversibles (2^{ème} principe de la thermodynamique)

$$S = Q \text{ (chaleur)} / T \text{ (différence de températures)}$$

Mécanique statistique (Boltzmann) :

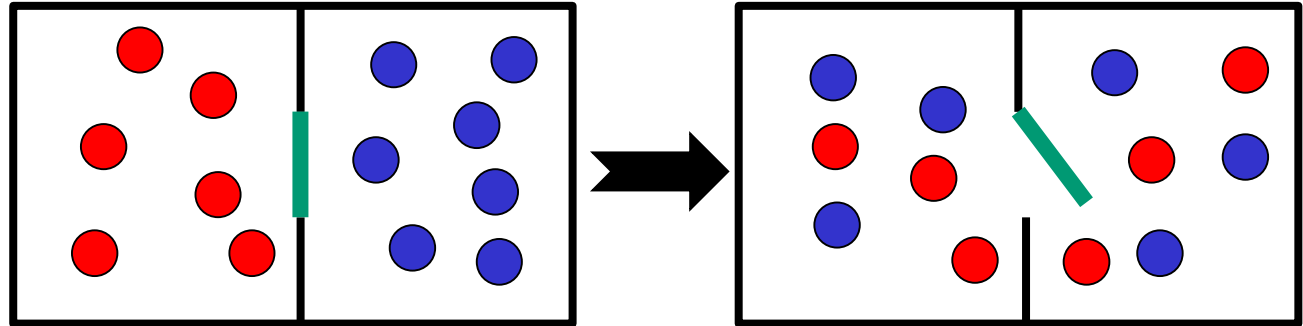
- Hypothèse corpusculaire + mécanique newtonienne et probabilités
- Pondération du nombre W des micro-états d'une configuration (approche combinatoire)

$$\text{Entropie } S = k_b \cdot \log (W)$$

Désordre et entropie: le **Démon**

A) Système isolé: l'entropie augmente

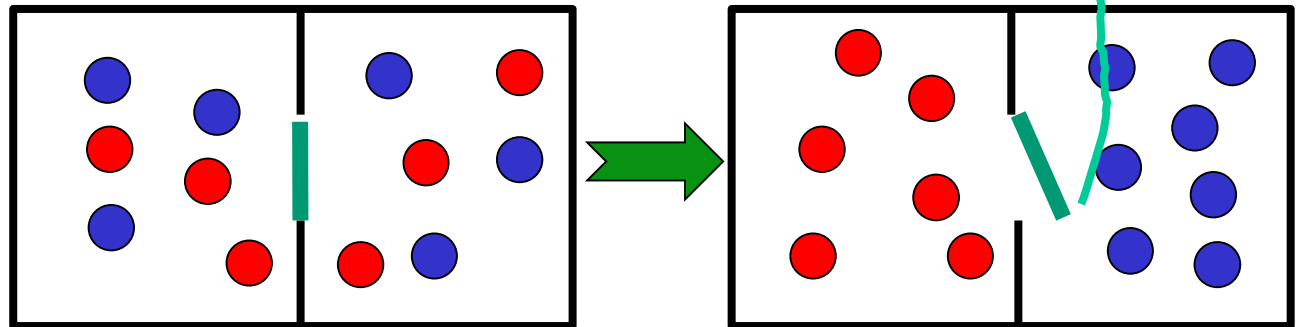
La trappe reste ouverte => évolution vers la configuration la plus probable et le désordre (équilibre)



- Température T1 (~ vitesse V1)
- Température T2 (~ vitesse V2)

B) Système ouvert: l'entropie diminue

Le démon trie les corpuscules en mesurant leurs vitesses => évolution vers l'ordre improbable



Désordre, entropie et information



Système fermé

Évolution irréversible vers la configuration la plus probable, c'est-à-dire vers **le désordre**

Vers état d'équilibre

⇒ **perte d'information** $\equiv$ **augmentation** de l'entropie

Système ouvert

Evolution vers un **ordre improbable** grâce au **démon** qui mesure l'**information** et trie les particules selon leurs niveaux d'énergie (ou de vitesse)

Vers état instable

⇒ **apport d'information** $\equiv$ **réduction** de l'entropie

L'information **est** physique

■ L. Brillouin: « *a exorcisé le démon* »:

- en distinguant l'entropie physique et la néguentropie
- le démon transforme l'information en entropie négative

■ Approfondissements

- R. Landauer: énergie limite du calcul électronique (énergie dissipée par bit seulement en cas de calcul irréversible: $\Delta Q = -k_B T \ln 2$)
- C. Bennet: réinterprétation du démon de Maxwell (prolongement de Brillouin et de Landauer)

■ Télécom quantiques:

- Deux systèmes quantiques différents ayant interagi, ou ayant une origine commune, ne peuvent pas être considérés comme deux systèmes indépendants => paradoxe E.P.R: l'intrication et la téléportation signifient-elles une transmission d'information instantanée?

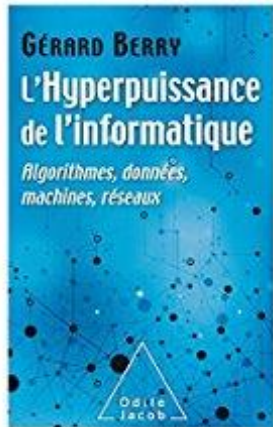
Information et trous noirs



- S. Hawking,
 - J. Wheeler
- l'information peut-elle
sortir d'un trou noir?**

Information, 4eme composant de l'univers ?

Vision d'informaticien
G. Berry

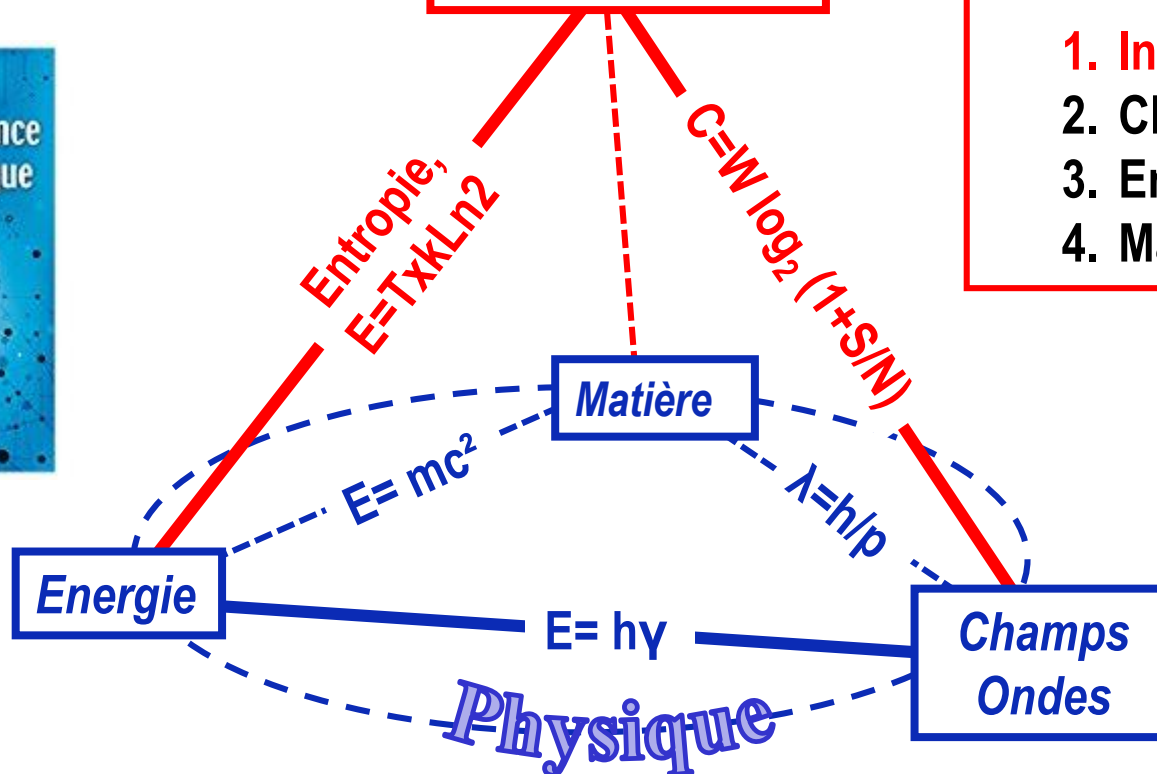


Information

Vision de physicien
J.A. Wheeler

« **it from bit** »

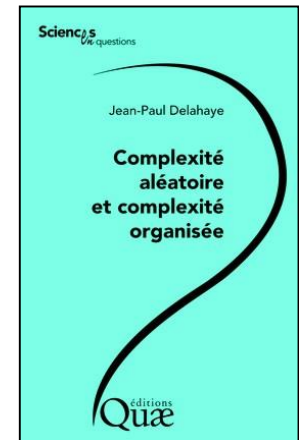
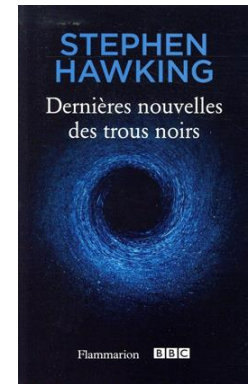
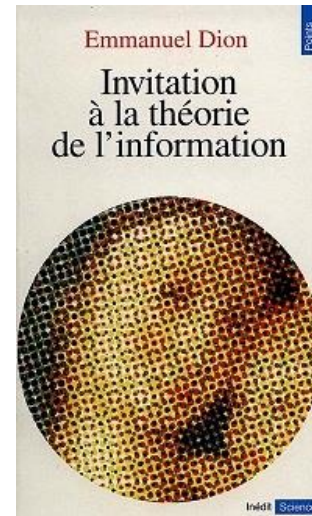
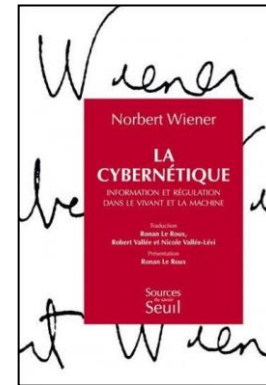
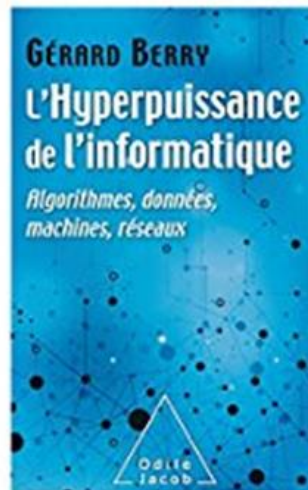
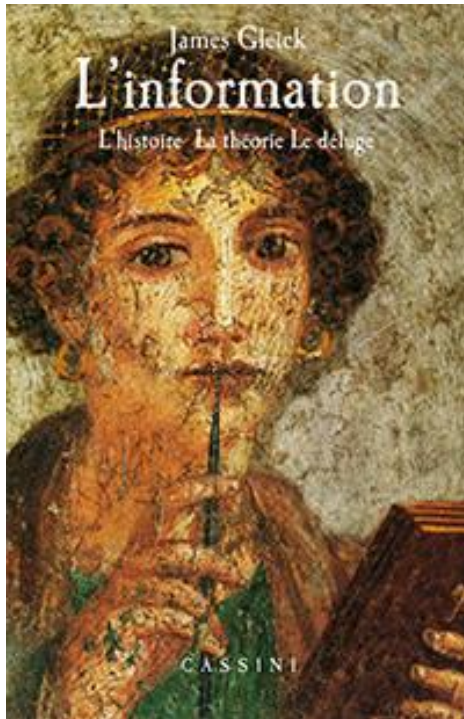
1. Information
2. Champs
3. Energie
4. Matière



A retenir

- La modélisation de l'information issue des télécom a un lien réel avec la mécanique statistique et la physique via les notions de **désordre / ordre et entropie / néguentropie**
- Tout étant associée à la notion de « **courant faible** », l'information est supportée par des phénomènes physiques: ondes et champs, électronique et chimique, demain phénomènes quantiques
- **A l'inverse, l'information est un des composants importants de la physique. L'entropie a été le révélateur de ces relations. Pour certains, l'information serait le 4eme composant de l'univers, avec la matière, l'énergie, les champs**

Quelques lectures



Calcul de Pi

Programme en C: 250 caractères, ~ 1250 bits

```
#include <stdio.h>void main(void)
{
int a = 10000, b, c = 8400, d, e, f[8401], g;
for ( ; b-c ; ) f[b++] = a/5;
for ( ; d = 0, g = c*2 ; c -= 14, printf("%.4d",e+d/a), e = d%a)
{
for (b = c ; d += f[b]*a, f[b] = d%--g, d /= g--, --b ; d *= b);
}
}
```

Principes: on applique la formule d'Euler:

$$\text{Pi} = 2 (1 + 1/3 + 1.2 / 3.5 + 1.2.3 / 3.5.7 + 1.2.3.4 / 3.5.7.9 + \dots)$$

Pour connaître Pi avec une précision de N décimales il suffit de sommer $\text{Log}_2(10^N) \approx 3,32.N$ termes.

Pourquoi l'entropie ? (texte de Shannon)

In Appendix II, the following result is established:

Theorem 2: The only H satisfying the three above assumptions is of the form:

$$H = -K \sum_{i=1}^n p_i \log p_i$$

where K is a positive constant.

This theorem, and the assumptions required for its proof, are in no way necessary for the present theory. It is given chiefly to lend a certain plausibility to some of our later definitions. The real justification of these definitions, however, will reside in their implications.

Quantities of the form $H = -\sum p_i \log p_i$ (the constant K merely amounts to a choice of a unit of measure) play a central role in information theory as measures of information, choice and uncertainty. The form of H will be recognized as that of entropy as defined in certain formulations of statistical mechanics⁸ where p_i is the probability of a system being in cell i of its phase space. H is then, for example, the H in Boltzmann's famous H theorem. We shall call $H = -\sum p_i \log p_i$ the entropy of the set of probabilities

⁸ See, for example, R. C. Tolman, "Principles of Statistical Mechanics," Oxford, P. Clarendon, 1938.